

Problema de la Semana 23  
1 al 7 de septiembre  
Categoría B

Considérese un polígono convexo de  $n$  lados, en el que el número de diagonales, sin contar los lados, es de 252. Determinar el posible valor de  $n$ . Justificar.

**Solución**

Escojamos un vértice del polígono y lo llamamos  $A$ . Este vértice se puede unir con cualquiera de los  $n - 1$  puntos restantes, y se obtiene ya sea una diagonal o bien un lado. Ya que la diagonal o lado  $\overline{AB}$  es la misma que  $\overline{BA}$  y  $A$  se puede escoger de  $n$  formas, es que el número de lados más el número de diagonales es  $\frac{n(n-1)}{2}$ . Por lo anterior, el número de diagonales es  $\frac{n(n-1)}{2} - n$  y  $\frac{n(n-1)}{2} - n = 252$ . Simplificando,  $n^2 - 3n - 252 = 0$  y la solución de esta ecuación es  $n = 24$ .